Verlässliche Echtzeitsysteme

Übungen zur Vorlesung

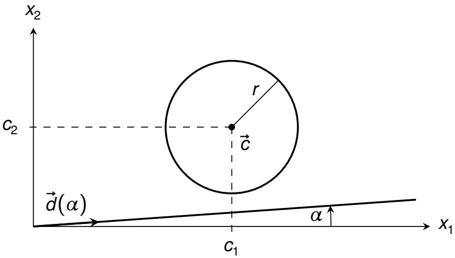
Hinweise zur erweiterten Übung: Fließkommagenauigkeit

Phillip Raffeck, Tim Rheinfels, Simon Schuster, Peter Wägemann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)
https://sys.cs.fau.de

Wintersemester 2022

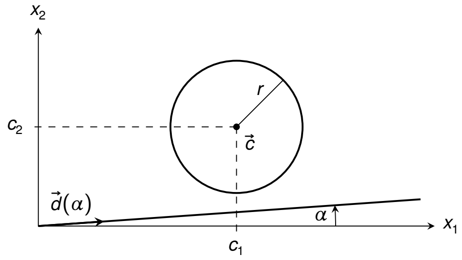
Hinweise zur Übung: Fließkommagenaugkeit



- Einfacher Algorithmus zur Kollisionsvorhersage:

  Prüfe, ob Strahl Kreis schneidet oder tangiert
- Auch andere Anwendungen für Schnittproblem (z.B. Raytracing)

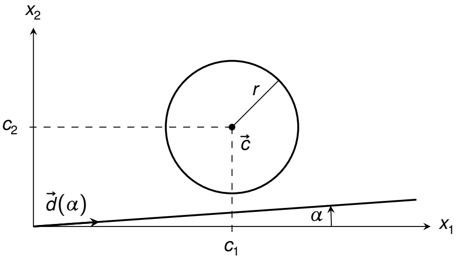
Schnittproblem I



- Parameter:
  - Winkel α Richtung $\vec{d}(\alpha)$ des Strahls
  - Mittelpunkt $\vec{c}$ und Radius r des Kreises
- Strahlgleichung: $\vec{x} = \lambda \vec{d}(\alpha),\ \lambda \geq 0$
- Kreisgleichung: $(\vec{c} - \vec{x})^T(\vec{c} - \vec{x}) = r^2$

$\rightarrow$ Schnittpunkte: Einsetzen und $\vec{x}$ eliminieren

Schnittproblem II



- Schnittproblem ist quadratische Gleichung in λ

$$\lambda_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

- Diskriminante $D = B^2 - 4AC$ gibt Anzahl der Schnittpunkte an
- Ziel: Herausfinden, ob $D \geq 0$ (Kollision)[1] oder $D < 0$ (keine Kollision)

[1] Eigentlich auch Prüfen, ob $\lambda \geq 0$! Ignorieren wir.

Aufgabe

- Auswertung der Diskriminanten mittels zwei äquivalenten Gleichung

$$\begin{aligned} D &= (c_1 - c_2)^2\alpha^2 - 2c_1(c_1 - c_2)\alpha + (r + c_2)(r - c_2) \\ &= ((1-\alpha)\,c_1 + \alpha\,c_2)^2 - c_1^2 - c_2^2 + r^2 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ `compute_discriminant_a` und `compute_discriminant_b`

- Schwellwertvergleich zur Kollisionsvorhersage

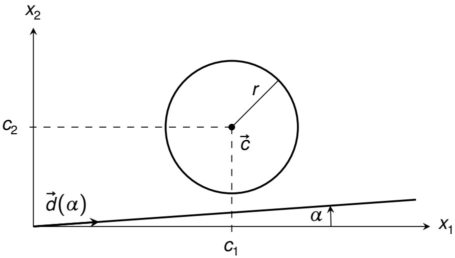
$\rightarrow$ `will_collide`

- Auswertung für Parameter $\vec{c}$ und r sowie kleine Winkel α
- Interpretation der Ergebnisse

Hinweis

Keine Funktionen aus `<math.h>` verwenden

Herleitung I



- Vereinfachende Annahmen:
  - Winkel ist klein genug für Kleinwinkelannäherung:

$$\vec{d}(\alpha) \approx \begin{bmatrix} 1 - \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}$$

  - Richtung ist näherungsweise ein Einheitsvektor:

$$||\vec{d}(\alpha)|| \approx 1$$

Herleitung II

- Strahl- in Kreisgleichung einsetzen, Annahme Einheitsvektor einsetzen:

$$(\vec{c} - \lambda \vec{d}(\alpha))^T (\vec{c} - \lambda \vec{d}(\alpha)) = \lambda^2 \underbrace{\vec{d}(\alpha)^T \vec{d}(\alpha)}_{=1} - 2\lambda \vec{d}(\alpha)^T \vec{c} + \vec{c}^T \vec{c} = r^2$$

- Umschreiben als quadratische Gleichung in λ

$$\underbrace{1}_{=:A} \lambda^2 \underbrace{-2\vec{d}(\alpha)^T \vec{c}}_{=:B} \lambda + \underbrace{\vec{c}^T \vec{c} - r^2}_{=:C} = 0$$

- Diskriminante $D = B^2 - 4AC$:

$$D = (-2\vec{d}(\alpha)^T \vec{c})^2 - 4(\vec{c}^T \vec{c} - r^2)$$

Herleitung III

- Diskriminante $D = B^2 - 4AC$:

$$D = (-2\vec{d}(\alpha)^T\vec{c})^2 - 4(\vec{c}^T\vec{c} - r^2)$$

- Skalarprodukte und Annahme Kleinwinkelannäherung einsetzen, Faktor 4 vernachlässigen:

$$D = ((1-\alpha)\,c_1 + \alpha\,c_2)^2 - c_1^2 - c_2^2 + r^2$$

- Umschreiben als Polynom in α, binomische Formeln:

$$D = (c_1 - c_2)^2\alpha^2 - 2c_1(c_1 - c_2)\alpha + (r + c_2)(r - c_2)$$