

# Verlässliche Echtzeitsysteme

## Übungen zur Vorlesung

### Codierung

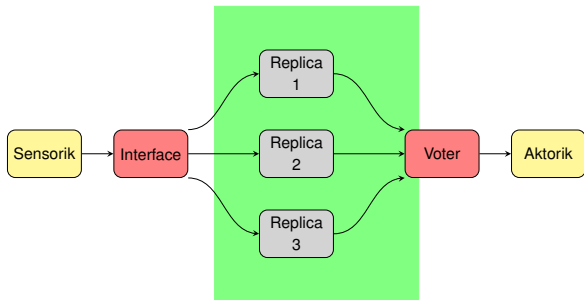
Phillip Raffeck, Tim Rheinfels, Simon Schuster, Peter Wägemann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)  
<https://sys.cs.fau.de>

Wintersemester 2022



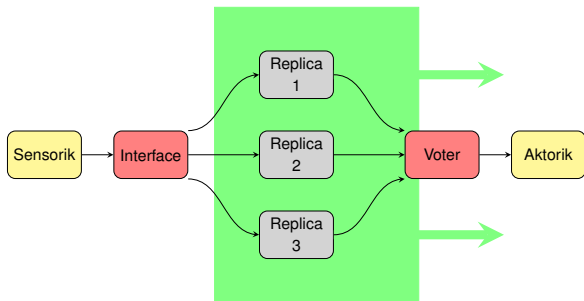
# Klassische "Triple Modular Redundancy" (TMR)



- Schnittstelle sammelt Eingangsdaten (Replikdeterminismus)
- Verteilt Daten und aktiviert Replikate
- Mehrheitsentscheider (Voter) wählt Ergebnis
- Ergebnis wird an Aktuator versendet



# Klassische "Triple Modular Redundancy" (TMR)



## Redundanzbereich

Ausschließlich Replikatausführung

- Erweiterung der Ausgangsseite mit Informationsredundanz
- Mehrheitsentscheid über codierte Prüfsumme

nach Forin 1989: "Vital coded microprocessor principles and application for various transit systems" [1]

- Arithmetisch codierter Wert  $V_C$
- Ausgangswert

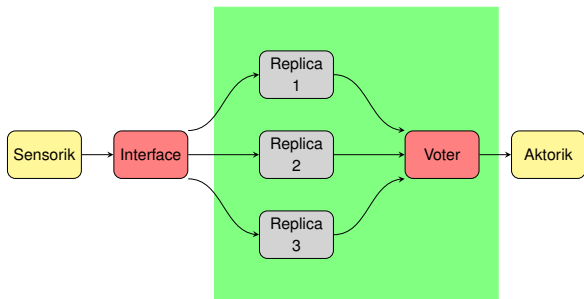
$$V_C = V * A + B_V + D$$

- Schlüssel
- Variablenspezifische Signatur
- Zeitstempel



- Schlüssel  $A$  sollte so groß wie möglich sein:
  - ↪ Möglichst geringe Restfehlerwahrscheinlichkeit ( $P = 1/A$ )
- Wertebereich des dynamischen Zeitstempels
  - $D = \{x | x \in \mathbb{N}_0 \wedge x \leq D_{max}\}$
  - Zeitstempel darf überlaufen:  $D_{max} + 1 = 0$
- Für jede Signatur  $B_* \in \mathbb{N}$  muss dann gelten
  - $B_* + D_{max} < A$
  - Die minimale Distanz zwischen jeweils zwei Signaturen im System muss größer  $D_{max}$  sein:  $\forall i, j : |B_i - B_j| > D_{max}$
  - Sämtliche Distanzen zwischen jeweils zwei Signaturen müssen unterschiedlich sein:  $\forall i : \forall j, k : |B_i - B_j| = |B_k - B_j| \Rightarrow i = k$





- Replikate liefern arithmetisch codierte Ergebnisse
- Mehrheitsentscheid auf codierten Prüfsummen
- Übertragung codierter Ergebnisse



## Vereinfachung für diese Übungsaufgabe

- Kein Zeitstempel

- Voting basiert auf codierter Vergleichsoperation:

$$\rightsquigarrow X_C = Y_C \Rightarrow X * A + B_X = Y * A + B_Y$$

- Im fehlerfreien Fall gilt:

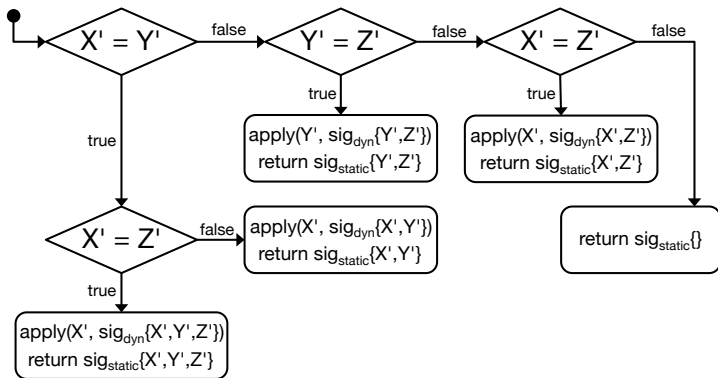
- Rohwerte sind identisch
- Schlüssel ist per Definition identisch
- Signaturen sind unterschiedlich (aber konstant!)

$$X = Y, \quad A = A \quad \text{aber} \quad B_X \neq B_Y !$$

## Bestimmung der Gleichheit durch Differenzbildung:

$$\rightsquigarrow X_C - Y_C = B_X - B_Y = \text{const.}$$





## ■ Bestimmung von dynamischer und statischer Signatur:

→  $sig_{dyn}(X', Y') : X' = Y' \Rightarrow X' - Y'$

→  $sig_{static}(X', Y') : X' = Y' \Rightarrow B_X - B_Y$

## ■ Für die Signaturen muss gelten: $B_X > B_Y > B_Z$

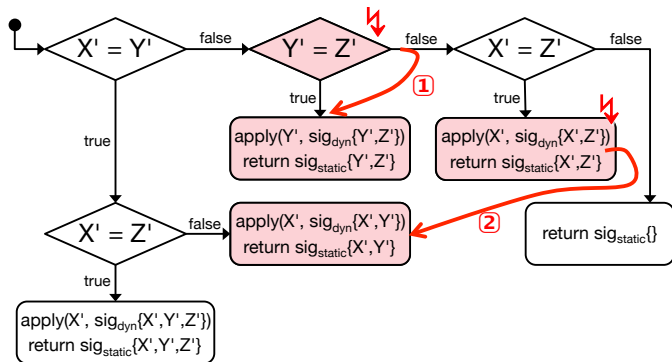


1. Vergleichsoperation wird durchgeführt (z. B.  $X' = Y' \wedge X' = Z'$ )
  - Berechnung von  $sig_{dyn}$
  - Vergleich mit  $sig_{static}$
2. Verzweigungsentscheidung wird nachberechnet:
  - Wiederholte (redundante) Berechnung von  $sig_{dyn}$
  - Erneuter Vergleich:  $sig_{dyn} = sig_{static}$
  - Addiere  $sig_{dyn}$  (*apply*) zum gewählten Ergebnis
3. Konstante Signatur des durchlaufenen Zweiges identifiziert Gewinner (Rückgabewert:  $sig_{static}$ )
  - Akteur wählt entsprechendes Replikatergebnis
  - Führt inverse Operation zu *apply* durch

Im Voter wurde die *dynamisch berechnete Signatur der Verzweigungsentscheidung* hinzu addiert. Im Akteur wird mit der entsprechenden *konstanten Signatur zurückgerechnet*.



# Codierter Mehrheitsentscheid - Fehlerfall



## 1. Falsche Verzweigungsentscheidung: ( $Y' \neq Z'$ )

- $Y'$  wird als korrekt angenommen,  $sig_{dyn}$  wird berechnet
- allerdings ist  $sig_{dyn}$  tatsächlich  $\neq sig_{static}$
- Fehler wird vor dem `apply` erkannt

## 2. Falscher (plötzlicher) Sprung

- $X'$  wird als korrekt erkannt,  $sig_{dyn}$  wird erneut berechnet

- Wähle  $A = 601$
- Initiale Ergebniskodierung in den Replikaten:

	X	Y	Z
Wert	7	5	7
B	37	23	5
Kodiert	$X' = A * 7 + 37$ $= 4244$	$Y' = A * 5 + 23$ $= 3028$	$Z' = A * 7 + 5$ $= 4212$

- Berechnung der statischen Signaturen **vorab, statisch**:

$$sig_{static} \{X', Y', Z'\} = (B_X - B_Y) + (B_X - B_Z) = 46$$

$$sig_{static} \{X', Y'\} = (B_X - B_Y) = 14$$

$$sig_{static} \{Y', Z'\} = (B_Y - B_Z) = 18$$

$$sig_{static} \{X', Z'\} = (B_X - B_Z) = 32$$

- Das eigentliche Voting geschieht dann zur Laufzeit:

1.  $X' = Y'?$

$$X' - Y' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{X', Y'\} \Leftrightarrow 4244 - 3028 = 1216 \stackrel{?}{=} 14 \Leftrightarrow \text{false}$$

2.  $Y' = Z'?$

$$Y' - Z' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{Y', Z'\} \Leftrightarrow 3028 - 4212 = -1184 \stackrel{?}{=} 18 \Leftrightarrow \text{false}$$

3.  $X' = Z'?$

$$X' - Z' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{X', Z'\} \Leftrightarrow 4244 - 4212 = 32 \stackrel{?}{=} 32 \Leftrightarrow \text{true}$$

4. Berechnung der dynamischen Signaturen zur Laufzeit:

$$\text{sig}_{\text{dyn}} \{X', Z'\} = (X' - Z') = (4244 - 4212) = 32$$



- $sig_{dyn} \{X', Z'\} \stackrel{?}{=} sig_{static} \{X, Z\} \Leftrightarrow 32 \stackrel{?}{=} 32 \Leftrightarrow true$
- $X' = apply(X', sig_{dyn} \{X', Z'\}) = 4276$
- $B_E \leftarrow sig_{static} \{X', Z'\} = 32$
- $return(32)$
- Nachschlagen der zugrundeliegenden Variable mittels  $B_{dyn} = 32$  (erste Variable der Konsensmenge), basierend auf den vorberechneten statischen Werten:

$$(result_{variable}, result_{extrasignature}) \leftarrow (X', B_X)$$

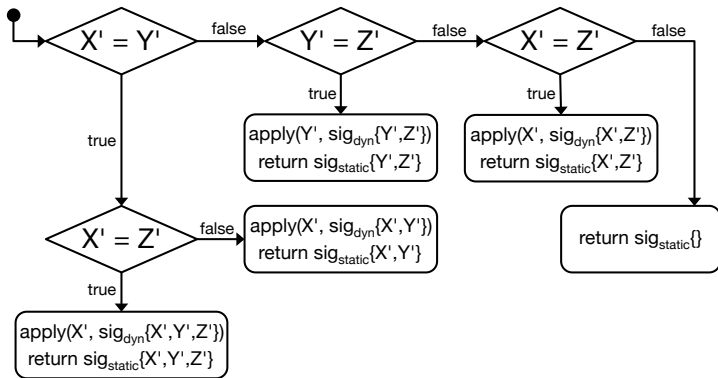
- $inv\_apply(result_{variable}, B_{dyn}) = inv\_apply(4276, 32) = 4276 - 32 = 4244$



### 11. Signaturverifikation:

$$\text{check}(4244, A, B_X): \frac{4244 - B_X}{A} = 7 \text{ Rest: } 0$$

### 12. Ergebnis erfolgreich dekodiert: 7



Es hat somit eine erfolgreiche Einigung auf die Konsensmenge  $\{X', Z'\}$  stattgefunden.

## Ausgangslage (unverändert)

- Wähle  $A = 601$
- Initiale Ergebniskodierung in den Replikaten:

	X	Y	Z
Wert	7	5	7
B	37	23	5
Kodiert	$X' = A * 7 + 37$ $= 4244$	$Y' = A * 5 + 23$ $= 3028$	$Z' = A * 7 + 5$ $= 4212$

- Berechnung der statischen Signaturen **vorab, statisch**:

$$\text{sig}_{static} \{X', Y', Z'\} = (B_X - B_Y) + (B_X - B_Z) = 46$$

$$\text{sig}_{static} \{X', Y'\} = (B_X - B_Y) = 14$$

$$\text{sig}_{static} \{Y', Z'\} = (B_Y - B_Z) = 18$$

$$\text{sig}_{static} \{X', Z'\} = (B_X - B_Z) = 32$$



1.  $X' = Y'?$

$$X' - Y' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{X', Y'\} \Leftrightarrow 4244 - 3028 = 1216 \stackrel{?}{=} 14 \Leftrightarrow \text{false}$$

2.  $Y' = Z'?$

$$Y' - Z' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{Y', Z'\} \Leftrightarrow 3028 - 4212 = -1184 \stackrel{?}{=} 18 \Leftrightarrow \text{false}$$

3. Hier tritt nun der Operatorfehler ein, die falsche Verzweigung ① wird ausgewählt

4. Berechnung der dynamischen Signaturen zur Laufzeit:

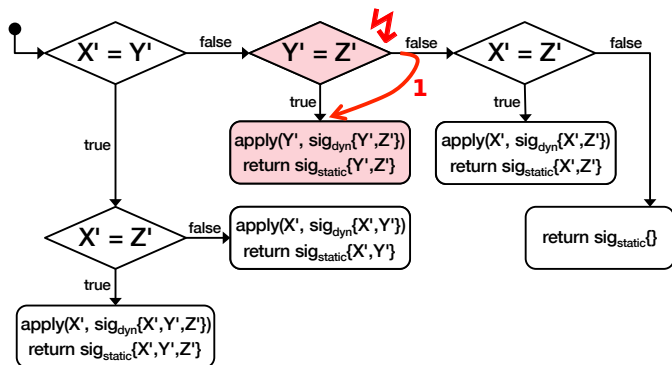
$$\text{sig}_{\text{dyn}} \{Y', Z'\} = (Y' - Z') = (3028 - 4212) = -1184$$

5.  $\text{sig}_{\text{dyn}} \{Y', Z'\} \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{Y, Z\} \Leftrightarrow -1184 \stackrel{?}{=} 18 \Leftrightarrow \text{false}$





6. Fehler erfolgreich detektiert: Vergleich zwischen  $sig_{dyn}$  und  $sig_{static}$  für Konsensmenge  $\{Y', Z'\}$  fehlgeschlagen



## Ausgangslage (unverändert)

- Wähle  $A = 601$
- Initiale Ergebniskodierung in den Replikaten:

	X	Y	Z
Wert	7	5	7
B	37	23	5
Kodiert	$X' = A * 7 + 37$ $= 4244$	$Y' = A * 5 + 23$ $= 3028$	$Z' = A * 7 + 5$ $= 4212$

- Berechnung der statischen Signaturen **vorab, statisch**:

$$\text{sig}_{static} \{X', Y', Z'\} = (B_X - B_Y) + (B_X - B_Z) = 46$$

$$\text{sig}_{static} \{X', Y'\} = (B_X - B_Y) = 14$$

$$\text{sig}_{static} \{Y', Z'\} = (B_Y - B_Z) = 18$$

$$\text{sig}_{static} \{X', Z'\} = (B_X - B_Z) = 32$$



1.  $X' = Y'?$

$$X' - Y' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{X', Y'\} \Leftrightarrow 4244 - 3028 = 1216 \stackrel{?}{=} 14 \Leftrightarrow \text{false}$$

2.  $Y' = Z'?$

$$Y' - Z' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{Y', Z'\} \Leftrightarrow 3028 - 4212 = -1184 \stackrel{?}{=} 18 \Leftrightarrow \text{false}$$

3.  $X' = Z'?$

$$X' - Z' \stackrel{?}{=} \text{sig}_{\text{static}} \{X', Z'\} \Leftrightarrow 4244 - 4212 = 32 \stackrel{?}{=} 32 \Leftrightarrow \text{true}$$

4. Berechnung der dynamischen Signaturen zur Laufzeit:

$$\text{sig}_{\text{dyn}} \{X', Z'\} = (X' - Z') = (4244 - 4212) = 32$$



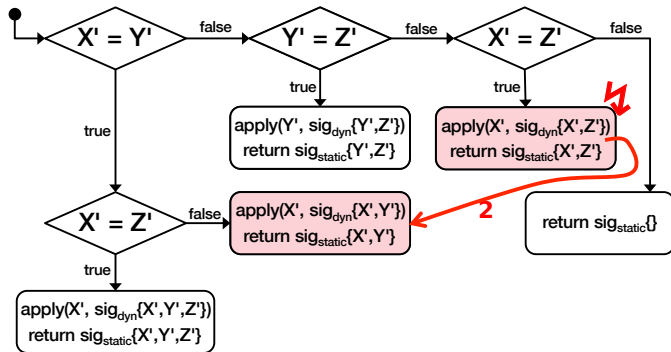
- $sig_{dyn} \{X', Z'\} \stackrel{?}{=} sig_{static} \{X, Z\} \Leftrightarrow 32 \stackrel{?}{=} 32 \Leftrightarrow \text{true}$
- $X' = apply(X', sig_{dyn} \{X', Z'\}) = 4276$
- Hier tritt nun der Kontrollflussfehler ② ein
- $B_E \leftarrow sig_{static} \{X', Y'\} = 14$
- $return(14)$
- Nachschlagen der zugrundeliegenden Variable mittels  $B_{dyn} = 14$  (erste Variable der Konsensmenge), basierend auf den vorberechneten statischen Werten:  
$$(result_{variable}, result_{extrasignature}) \leftarrow (X', B_X)$$
- $inv\_apply(result_{variable}, B_{dyn}) = inv\_apply(4276, 14) = 4276 - 14 = 4262$



## 12. Signaturverifikation:

$$\text{check}(4262, A, B_X): \frac{4262 - B_X}{A} = 7 \text{ Rest: } 18$$

## 13. Fehler erfolgreich detektiert: Dekodieren schlägt fehl



## Aufgabe

- Absichern des Voters per EAN mittels CoRed-Ansatz
- Berechnungen mit codierten Werten
  - Berücksichtigung der (statischen) Signaturen
  - ↪ Eigene Operationen mit konstanten Signaturwerten notwendig
  - ↪ bspw. eigenes equals anstatt ==
- Jedes Replikat hat genau einen Ausgabewert (integer  $\mapsto$  enc\_t): eine codierte Prüfsumme des Ergebnisses
  - ↪ Festlegung für jeden der drei Ausgabewerte ( $X'$ ,  $Y'$ ,  $Z'$ ) jeweils *unterschiedliche* aber *konstante* Signatur ( $SIG_X$ ,  $SIG_Y$ ,  $SIG_Z$ )
- Nutzung des nächstgrößeren Datentyps  $X$  für den ursprünglichen Wert  $X'$ 
  - ↪ Wahl einer Zahl  $A$  mit möglichst großem Hamming-Abstand unter *Vermeidung* möglicher *Überläufe bei der Codierung*
  - ↪ Handhabbarkeit: **nicht** Super-As





Forin.

Vital coded microprocessor principles and application for various transit systems.  
*IFA-GCCT*, pages 79–84, 1989.

