

Verlässliche Echtzeitsysteme

Übungen zur Vorlesung

Formale Verifikation mit Frama-C

Phillip Raffeck, Tim Rheinfels, Simon Schuster, Peter Wägemann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Lehrstuhl Informatik 4 (Verteilte Systeme und Betriebssysteme)
<https://sys.cs.fau.de>

Wintersemester 2022



Programme zur Softwareverifikation

- Astrée
- Frama-C
- VeriFast
- Dafny
- SeaHorn
- Coq
- Isabelle/HOL
- Agda
- Idris



```
method Assert(a: int, b: int)
  requires a > 0 && b > 0
  ensures 1 <= a + b <= 2 * a * b
  invariant 1 <= a + b <= 2 * a * b
  {
    assert a > 0;
    assert b > 0;
    assert 1 <= a + b <= 2 * a * b;
  }
  return a + b;
end method
```



...



Programme zur Softwareverifikation

- Astrée
- **Frama-C**
- VeriFast
- Dafny
- SeaHorn
- Coq
- Isabelle/HOL
- Agda
- Idris



...



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung** $wp(S, Q)$
 - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment** S
 - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
 - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
 - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung** $wp(S, Q)$
 - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment** S
 - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
 - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
 - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
 - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
 - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung** $wp(S, Q)$
 - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment** S
 - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
 - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
 - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
 - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
 - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine **Prädikattransformation** zugewiesen
 - Abbildung: Nachbedingung \mapsto notwendige schwächste Vorbedingung
 - Eine rückwärtige **symbolische Ausführung** des Programmsegments



- Bestimmt die **schwächste notwendige Vorbedingung** $wp(S, Q)$
 - Für ein gegebenes **imperatives Programmsegment** S
 - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
 - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
 - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine **Rückwärtsanalyse**
 - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
 - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine **Prädikattransformation** zugewiesen
 - Abbildung: Nachbedingung \mapsto notwendige schwächste Vorbedingung
 - Eine rückwärtige **symbolische Ausführung** des Programmsegments
- Frama-C setzt WP-Kalkül ein: Nachweis der Schritte erfolgt über verschiedene Theorembeweiser und Löser: Alt-Ergo, Coq, Why3, Z3, ...



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

```
if (a > b)
```

```
  result = a;
```

```
else
```

```
  result = b;
```

```
return result ;
```



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

else

result = b;

return result ;

Q:

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

$wp(\text{return } x, Q) \equiv Q[\backslash result/x]$

Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

else

result = b;

result ≥ b ∧ result ≥ a

return result ;

\result ≥ b ∧ \result ≥ a

$wp(\text{return } x, Q) \equiv Q[\backslash \text{result} / x]$

Q:



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

else

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

$result \geq b \wedge result \geq a$

return result ;

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

$wp(\text{if } b \text{ then } S1 \text{ else } S2, Q) \equiv (b \Rightarrow wp(S1, Q)) \wedge (\neg b \Rightarrow wp(S2, Q))$

Q:



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

result = a;

$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

else

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

$result \geq b \wedge result \geq a$

return result ;

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

$wp(x = y, Q) \equiv Q[x/y]$

Q:



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP: ?

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$

result = a;

$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

else

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$

result = b;

$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

$result \geq b \wedge result \geq a$

return result;

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

$wp(x = y, Q) \equiv Q[x/y]$

Q:



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP:

$$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$$

Auswertungsreihenfolge

if (a > b)

$$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$$

result = a;

$$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$$

else

$$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$$

result = b;

$$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$$

$$result \geq b \wedge result \geq a$$

return result ;

Q:

$$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$$

$$wp(\text{if } b \text{ then } S1 \text{ else } S2, Q) \equiv (b \Rightarrow wp(S1, Q)) \wedge (\neg b \Rightarrow wp(S2, Q))$$



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP :

$$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$$

\Leftrightarrow

$$(a > b \Rightarrow a \geq b) \wedge (a \leq b \Rightarrow b \geq a)$$

if (a > b)

$$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$$

result = a;

$$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

else

$$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$$

result = b;

$$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

$$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

return result ;

Q :

$$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$$

Auswertungsreihenfolge



Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP :

$$(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$$

$$\Leftrightarrow (a > b \Rightarrow a \geq b) \wedge (a \leq b \Rightarrow b \geq a)$$

$$\Leftrightarrow \text{T} \text{ // Gilt ohne Vorbedingung}$$

if (a > b)

$$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$$

result = a;

$$a > b \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

else

$$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$$

result = b;

$$\neg(a > b) \Rightarrow \text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

$$\text{result} \geq b \wedge \text{result} \geq a$$

return result ;

Q :

$$\backslash \text{result} \geq b \wedge \backslash \text{result} \geq a$$

Auswertungsreihenfolge



- erlaubt Nachweise funktionaler Eigenschaften mittels wp-Kalkül
 - Prädiaktenlogik erster Stufe
 - \forall : `\forall`
 - \exists : `\exists`
 - \Rightarrow : Implikation, `==>`
 - Die aus C bekannten aussagenlogischen Verknüpfungen: `!`, `&&`, `||`, `==`, `!=`, ...
- Vor-/Nachbedingungen als Kommentare direkt im C-Code vor der betreffenden Funktion
 - `//@` oder `/*@ */`
- Vorbedingung: `requires`
- Nachbedingung: `ensures`
- Variablen, die durch die Funktion verändert werden: `assigns`
 - inklusive Arraybereiche: `a[start..end]`
 - Spezialfall `\nothing`
- Ergebnis des Funktionsaufrufs: `\result`



```
S:int maximum(int a,int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```

P: wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```



Beispiel: Maximumsfunktion

P : wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return INT_MAX;  
}
```

Q : $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b$



Beispiel: Maximumsfunktion

P : wahr

```
S: int maximum(int a, int b) {  
    int result = INT_MIN;  
  
    if(a > b)  
        result = a;  
    else  
        result = b;  
  
    return result;  
}
```

Q : $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b \wedge$
 $(\text{result} == a \vee \text{result} == b)$



Beispiel: Maximumsfunktion

P : wahr

```
S:int maximum(int a,int b) {  
  int result = INT_MIN;  
  
  if(a > b)  
    result = a;  
  else  
    result = b;  
  
  return result;  
}
```

Q : $\text{result} \geq a \wedge \text{result} \geq b \wedge$
 $(\text{result} == a \vee \text{result} == b)$

```
/*@  
  assigns \nothing;  
  
  ensures \result >= a;  
  ensures \result >= b;  
  ensures \result == a || \result == b;  
*/  
int maximum(int a, int b) {  
  int result = INT_MIN;  
  if (a > b) {  
    result = a;  
  } else {  
    result = b;  
  }  
  return result;  
}
```



```
// Swap array[0] with pointer other, do not modify the rest of array
```

```
void swap_first_element(int *array, size_t length, int *other) {  
    int tmp = array[0];  
    array[0] = *other;  
    *other = tmp;  
}
```



```
// Swap array[0] with pointer other, do not modify the rest of array
/*@ requires \valid(array) && \valid(other);
    requires \base_addr(array) != \base_addr(other);

    assigns array[0], *other;

    ensures array[1 .. (length - 1)] == \old(array[1 .. (length - 1)]);
    ensures *other == \old(array[0]);
    ensures array[0] == \old(*other); */
void swap_first_element(int *array, size_t length, int *other) {
    int tmp = array[0];
    array[0] = *other;
    *other = tmp;
}
```

- Übergebene Zeiger sind gültig: `\valid(ptr)`
- Speicherobjekte hinter Zeigern überlappen sich nicht:
`\base_addr(ptr1) != \base_addr(ptr2)`
- `assigns`: Nur bestimmte (außen sichtbare) Variablen werden verändert
- `ensures`: Zusammenhänge zwischen Werten vor (`\old(var)`) und nach (`var`) der Ausführung anfordern



Schleifen

Gesucht: $wp(\text{while } (B) \{S\};, Q)$

- Wann ist die Berechnung korrekt?
 - Stellt Q her \leadsto Schleifen**invariante**
 - Terminiert \leadsto Schleifen**variante**
- Schleifenvariante: Streng monoton fallender, *nichtnegativer* Ausdruck
In Frama-C: `//@ loop variant length - i;`
- Schleifeninvariante: Ausdruck, der vor der Schleife als nach jedem Durchlauf des Schleifenkörpers B gilt
In Frama-C: `//@ loop invariant i % 2 == 0;`
- Ferner: Schleife überschreibt nur bestimmte Werte
In Frama-C: `//@ loop assign i, j, *ptr;`
- Beispiel:
`int i = 0;`
 - Schleifenvariante: $30 - i \geq 0$`while(i < 30) { i++; }`
 - Schleifeninvariante: $0 \leq i \leq 30$

Die Schleifenvariante gilt vor, während und nach der Schleife
Nach der Schleife ist die Schleifenbedingung falsch
 $\leadsto \neg(i < 30) \wedge (0 \leq i \leq 30) \leadsto i == 30$



Beispiel: Maximum in Liste finden

```
S:int findMax(int *a, size_t length) {  
    int max = a[0];  
    for (size_t i = 0; i < length; i++) {  
        if (a[i] > max) {  
            max = a[i];  
        }  
    }  
    return max;  
}
```



Beispiel: Maximum in Liste finden

$P: a \neq \text{NULL} \wedge \text{length} > 0$

```
S: int findMax(int *a, size_t length) {
    int max = a[0];
    for (size_t i = 0; i < length; i++) {
        if (a[i] > max) {
            max = a[i];
        }
    }
    return max;
}
```

$Q: \forall k. k \geq 0 \wedge k < \text{length}$
 $\Rightarrow a[k] \leq \text{result}$
 $\exists k. k \geq 0 \wedge k < \text{length}$
 $\Rightarrow a[k] == \text{result}$

```
/*@
  requires \valid(a);
  requires \valid(a +(0 .. length));
  requires length > 0;

  assigns \nothing;

  ensures \forallall size_t i;
    0 <= i < length ==> a[i] <= \result;
  ensures \exists size_t i;
    0 <= i < length ==> a[i] == \result;
*/
int findMax(int *a, size_t length) {
    int max = a[0];
    size_t index = 0;
    /*@
      loop invariant \forallall size_t k;
        0 <= k < i ==> a[k] <= max;
      loop invariant a[index] == max;
      loop invariant 0 <= index < i;
      loop invariant \exists size_t k;
        0 <= k < i ==> a[k] == max;
      loop assigns max, index, i;
      loop variant length - i;
    */
    for (size_t i = 1; i < length; i++) {
        if (a[i] > max) {
            max = a[i];
            index = i;
        }
    }
    return max;
}
```



- „Wiederverwendbare“ aussagenlogische Formulierung
→ logische Prädikate: predicate
- „Funktionen“ auf ACSL-Ebene, erleichtern Formulierung von Bedingungen
- Beispiel: Maximum einer Sequenz

```
/*@ predicate is_max_of_seq(int max, int *seq, int start, int end) =
    \forall int i; start <= i < end ==> max >= seq[i];
*/
/*@ ...
    ensures is_max_of_seq(\result, a, (int)0, length);
...
*/
int findMax(int *a, int length) {
    ...
    /*@ loop invariant is_max_of_seq(max, a, (int)0, i);
        ...
    */
    for (int i = 0; i < length; i++) {
        ...
    }
    return max;
}
```



- Invarianten über der Datenstruktur definieren
- Jede Methode:
 - Setzt Gültigkeit der Invarianten voraus
 - Erhält Sie nach Ausführung

↪ Bei Kapselung: Korrektheit der Datenstruktur sichergestellt

- Beispiel: Konto

```
struct account {
    int balance;
    int credit_limit;
};
/*@ requires \valid(a);
    ensures valid_account(a); */
void init(struct account *a) {
    a->balance = 0; a->credit_limit = 0;
}
```

- Invariante: Kreditrahmen wird nie verletzt:

```
/*@ predicate valid_account(struct account *a) =
    \valid(a) // Gültiger Zeiger
    && a->balance >= a->credit_limit; // Kreditrahmen nicht verletzt
*/
```

- Alle Methoden erfordern und erhalten die Invariante:

```
/*@ requires valid_account(a);
    requires amount > 0;
    ensures valid_account(a); */
bool withdraw(struct account *a, int amount) {
    /* ... */
    return true;
}
/*@ requires valid_account(a);
    requires amount > 0;
    ensures valid_account(a); */
void deposit(struct account *a, int amount) {
    /* ... */
}
```

↪ Solange das Konto nur per `withdraw` und `deposit` modifiziert wird, kann der Kreditrahmen nie verletzt werden

- Oft gelten Nachbedingungen nur für bestimmte Eingabewerte

```
/*@ requires i != INT_MIN;  
    ensures i < 0 ==> \result == -i;  
    ensures i >= 0 ==> \result == i; */  
int abs(int i) {  
    if (i >= 0) return i;  
    else      return -i;  
}
```

- Behaviors beschreiben Verhalten in bestimmten Kontexten:

- **assumes**: Voraussetzungen, die das Verhalten aktiviert
- **ensures**: Nachbedingung, die die Funktion dann einhält

Eingabe ist negativ

behavior negative:

```
assumes i < 0;  
ensures \result == -i;
```

Eingabe ist positiv

behavior positive:

```
assumes i >= 0;  
ensures \result == i;
```

- **complete behaviors**: Die Beschreibung ist vollständig
Behaviors beschreiben das Verhalten für alle Aufrufkontexte
- **disjoint behaviors**: Die beschriebenen Verhalten überlappen sich nicht



```
#include <limits.h>

/*@ requires i != INT_MIN;
    behavior negative:
        assumes i < 0;
        ensures \result == -i;
    behavior positive:
        assumes i >= 0;
        ensures \result == i;
    complete behaviors;
    disjoint behaviors; */
int abs(int i) {
    if (i >= 0) return i;
    else      return -i;
}
```



- Die Frama-C-Gui bietet keinen Editor an!
- Reihenfolge der Annotationen z.T. relevant. Empfehlung:

<i>Funktionen</i>	<i>Schleifen</i>
■ requires	■ loop invariants
■ assigns	■ loop assigns
■ ensures	■ loop variants
- `assert()` wird als nicht terminierend angenommen
~> Frama-C `assert` verwenden: `//@ assert x == 1;`
- Mehrere Annotationen immer in einen gemeinsamen Block `/*@ */`
- Weitere Informationen:
 - Fraunhofer Fokus: ACSL-By-Example:
<https://github.com/fraunhoferfokus/acsl-by-example>
 - A. Blanchard: Introduction to C program proof with Frama-C and its WP plugin:
<https://allan-blanchard.fr/publis/frama-c-wp-tutorial-en.pdf>





Edsger W. Dijkstra.

Guarded commands, nondeterminacy and formal derivation of programs.

Communications of the ACM, 18(8):453–457, August 1975.

