Verlässliche Echtzeitsysteme - Übungen

Abstrakte Interpretation & Verifikation

Wintersemester 2024

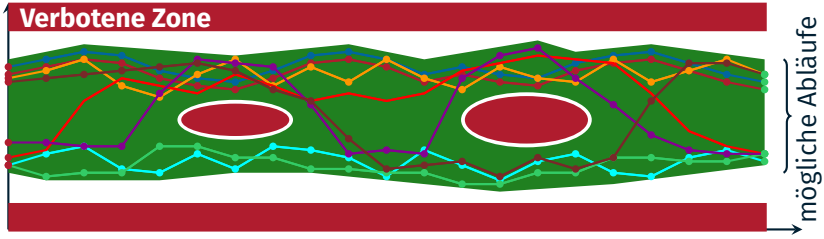
Eva Dengler, Peter Wägemann

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
Lehrstuhl Informatik 4 (Systemsoftware)
https://sys.cs.fau.de

Überblick

1. Abstrakte Interpretation mit Astrée
2. Formale Verifikation mit Frama-C
3. Aufgabenstellung
4. α-β-Filter

Abstrakte Interpretation



- *Abstrakte Interpretation* (engl. *abstract interpretation*)
  - Betrachtet eine *abstrakte Semantik* (engl. *abstract semantics*)
    - Sie umfasst alle Fälle der konkreten Programmsemantik
  - Ist die abstrakte Semantik sicher ⇒ konkrete Semantik ist sicher

Astrée [1]

- Ziel: Nachweis der Abwesenheit von Laufzeitfehlern
- Findet *alle* potentiellen Laufzeitfehler
- Leider auch *falsch-positive*
  $\rightsquigarrow$ **Gödelsches Unvollständigkeitstheorem**

Programm ist korrekt, wenn

- Astrée keine Alarme meldet
- Oder für alle Alarme nachgewiesen, dass falsch-positiv

Astrée weist nach

- Überschreitung von Array-Grenzen
- Ganzzahldivision durch Null
- Ungültige Dereferenzierung, arithmetische Überläufe
- Ungültige Gleitkommaoperationen
- Unerreichbarer Code
- Lesezugriff auf nicht initialisierte Variablen
- Verletzung benutzerdefinierter Zusicherungen
  $\rightsquigarrow$ `assert()`

Einschränkungen

- Rekursion prinzipiell erlaubt, wird aber nicht analysiert
  - ⇝ für Rekursionsergebnis werden keine Einschränkungen ermittelt
- Auswertungsreihenfolge in C nicht vollständig spezifiziert
  - ⇝ *eine* bestimmte Ordnung wird angenommen
    - stimmt nicht notwendigerweise mit Compiler überein
    - optionale Warnung durch Astrée
- Funktionen der Standard-C-Bibliothek werden nicht erkannt
  - ⇝ mitgelieferte Stubs nutzen
- Dynamischer Speicher nicht erlaubt
  - ⇝ kein `malloc()`
    - keine Einschränkung im sicherheitskritischen Echtzeitbereich

Semantik

Astrée nimmt an, dass folgende semantische Regeln gelten:

1. Der C99-Standard
2. Implementierungsabhängiges Verhalten
   - Größe von Datentypen
   - Gleitkommastandard
   - …
3. Benutzerdefinierte Einschränkungen
   - z. B. ob statische Variablen mit 0 initialisiert werden
4. Außerdem *benutzerspezifizierte Zusicherungen*

   ⇝ und da wird es interessant ☺

Benutzerdefinierte Zusicherungen

`__ASTREE_known_fact((B))`

- Analyzer nimmt an, dass `B` gegeben ist
- Analyzer warnt, falls `B` *nie wahr werden kann*
- `__ASTREE_known_range((V; [a, b]))` $\rightsquigarrow$ Wertebereich

`assert((B))`/`__ASTREE_assert((B))`

- Analyzer erzeugt Alarm, falls `B` *nicht immer wahr ist*
- Analyzer nimmt danach an, dass `B` gilt
- `B` kann nicht von der Form `e1 ? e2 : e3` sein
- `__ASTREE_global_assert(())` $\rightsquigarrow$ gesamtes Programm
- `__ASTREE_check((B))` $\rightsquigarrow$ keine Annahme über `B` danach

- `B` muss seiteneffektfrei sein
- *Doppelte Klammerung ist wichtig!*

Beispiel

```
#include <astree.h> // Astree-Makros ggf. abschalten

float filter(Alpha_State *s, float val) {
  __ASTREE_known_fact((val == val)); // known_fact(!isnan(val))
  __ASTREE_known_fact((-10.0f < val && val < 10.0f));
  __ASTREE_known_fact((s->val == s->val));
  __ASTREE_known_fact((FLT_MIN < s->val
                    && s->val < FLT_MAX));
  __ASTREE_assert((0.0f < s->alpha));
  __ASTREE_assert((s->alpha < 1.0f));

  float residual = val - s->val;
  s->val = s->val + s->alpha * residual;

  __ASTREE_assert((s->val == s->val));
  // ...
  return s->val;
}
```

Stubs

`__ASTREE_modify((V1, ..., Vn[;effect]))`

- Modelliert Veränderung der Variablen `V1` bis `Vn`

⇝ Braucht man, um Stubs zu bauen

- Beispiele
  - Emulation von Sensoren
  - Beschreibung des Verhaltens von Bibliotheksfunktionen
- Kein *effect* ⇝ kompletter Wertebereich (inklusive Nan, +/-Inf)

Beispiel

```
#ifdef __ASTREE__
__ASTREE_modify((x; full_range)); // alles außer NaN, +/-Inf
__ASTREE_modify((x; [10, 20])) // Einschränkung auf Intervall
#else
// ... Implementierung
#endif
```

Schleifen ausrollen

- Astrée beschreibt abstrakte Semantik
- Frage: Wie viele Schleifendurchgänge betrachten?

⇝ Astrée versucht Aufwand zu vermeiden

⇝ Schleifen werden (standardmäßig) einmal ausgerollt

- Konsequenz:

Beispiel

```
unsigned int i = 0;
unsigned int j = 20;
while (j > 0) { --j; ++i; }
```

- Astrée kann nicht zeigen, daß die Schleife terminiert (☞ Satz von Rice)

⇝ Annahme für weitere Analyse: `i` läuft über

Lösung:

```
__ASTREE_unroll((30))
while (j > 0) { --j; ++i; }
```

Verzweigungen

- Dito bei Verzweigungen
- Astrée betrachtet normalerweise nur schlimmsten Fall aller Zweige

⇝ Pessimistisches Ergebnis

- Falls Betrachtung der unterschiedlichen Pfade erforderlich:
- Lösung: Analyse vorübergehend aufspalten:

Verzweigungsanalyse

```
__ASTREE_partition_control
if (...) { ... }
else { ... }
...
__ASTREE_partition_merge_last(());
```

- Auch für Schleifen, `switch` und Funktionsaufrufe
- `__ASTREE_partition_merge` verschmilzt *alle* Partitionen

⇝ Blick ins Handbuch: es gibt noch weitere Tricks

volatile

`__ASTREE_volatile_input((V))`

- Zeigt an, dass `V` sich jederzeit ändern kann

$\rightsquigarrow$ Modelliert Eingabe von außen

`__ASTREE_volatile_input((Vp, r))`

- `p` ist Pfad in der Variablen,
  z. B. `V.a[3-4].b` $\rightsquigarrow$ Variable `V`, Arrayelemente `a[3]` und `a[4]`, Struct-Element `b`
  - `[i]` $\rightsquigarrow$ Element `i`
  - `[i-j]` $\rightsquigarrow$ Elemente `i` bis `j`
  - `[]` $\rightsquigarrow$ alle Elemente
- `r` schränkt Wertebereich ein `[i, j]` $\rightsquigarrow$ von `i` bis `j`

Exkurs: Beschränkte Laufzeit

- Viele Echtzeitsysteme endlosschleifenbasiert
- Allerdings durch andere Umstände begrenzt
- 1kHz Ausführungsfrequenz, Neustart nach 7 Tagen $\rightsquigarrow$ 604,800,000 Ticks
- `__ASTREE_max_clock((N))` legt Obergrenze für (virtuelle) Clock
- `__ASTREE_wait_for_clock(())` wartet auf nächsten Clock-Tick

```
__ASTREE_max_clock((10)); // maximale Anzahl Clock-Ticks
void main(void) {
  int state_log = 0;
  while (1) {
    state_log = increment_state(state_log);
    __ASTREE_wait_for_clock(()); // auf naechsten Clock-Tick warten
  }
}
```

$\Rightarrow$ Wert von `state_log` begrenzt

Exkurs: Asynchrone Programme

- Astrée modelliert auch asynchrone Ausführung von Aufgaben
- Keine Annahmen über Scheduler oder Prioritäten
- `automatic-shared-variables` muss auf `yes` stehen

```
int x, y;
volatile int s;

void t1(void) {
  x = 1; s = 1; x = 0;
}

void t2(void) {
  if (s > 0) {
    y = -1;
  } else {
    y = 1;
  }
}

void main(void) {
  x = y; // synchroner Teil
  __ASTREE_asynchronous_loop((t1(), t2()));
}
```

Analyse untersuchen

`__ASTREE_analysis_log(())`

- Gibt Zustand der Analyse an dieser Stelle aus

`__ASTREE_log_vars((V1, ..., Vn))`

- Zeigt Zustand der Analyse in Bezug auf einzelne Variablen an

`__ASTREE_print(("text"))`

- Gibt Text aus

Analyse untersuchen

__ASTREE_a

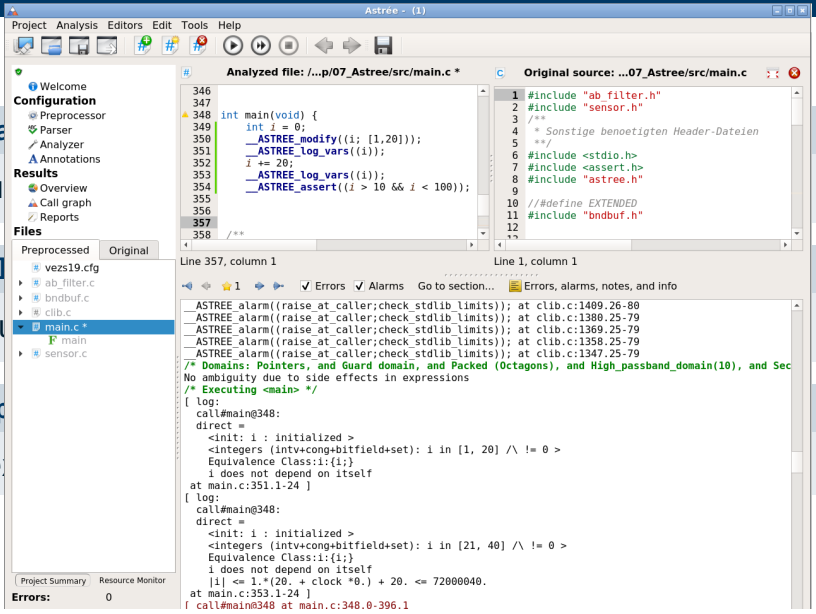
- Gibt Zu

__ASTREE_I

- Zeigt Zu

__ASTREE_p

- Gibt Te



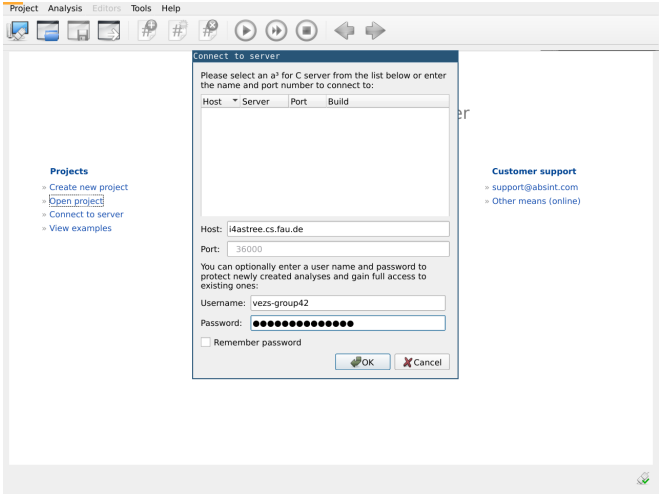
Astrée verwenden

- Astrée im CIP:

  ```
  % /proj/i4ezs/tools/astree_c/bin/a3c
  ```

- Anmeldung mit Benutzername und Passwort
  - ⇝ Passwort wird bei der ersten Anmeldung festgelegt
- Dokumentation
  - PDF: `/proj/i4ezs/tools/astree_c/help/a3c.pdf`

Anmelden



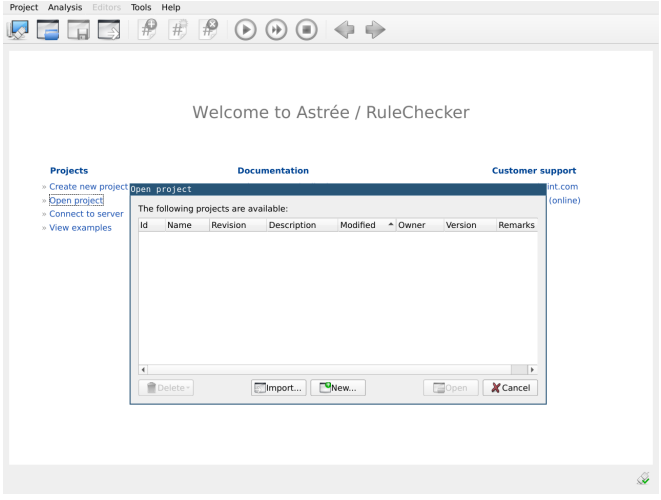
Host i4astree.cs.fau.de

Port 36000

Benutzer vezs-groupXX

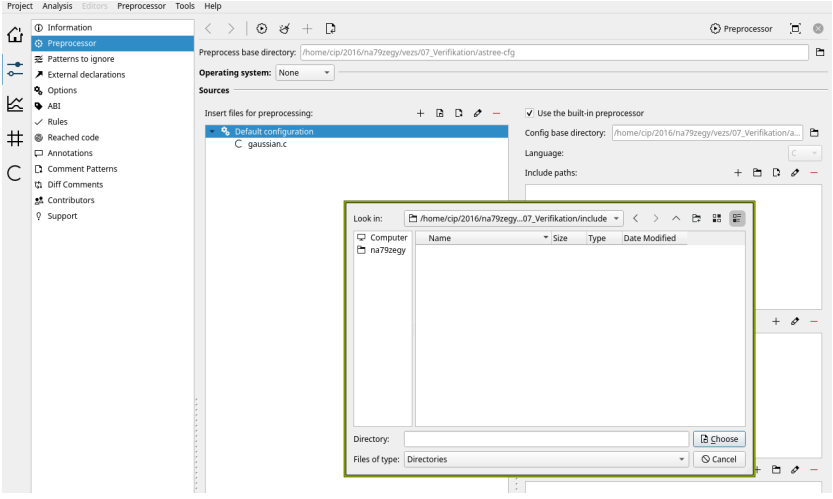
Passwort Beliebig wählbar

Projekt anlegen



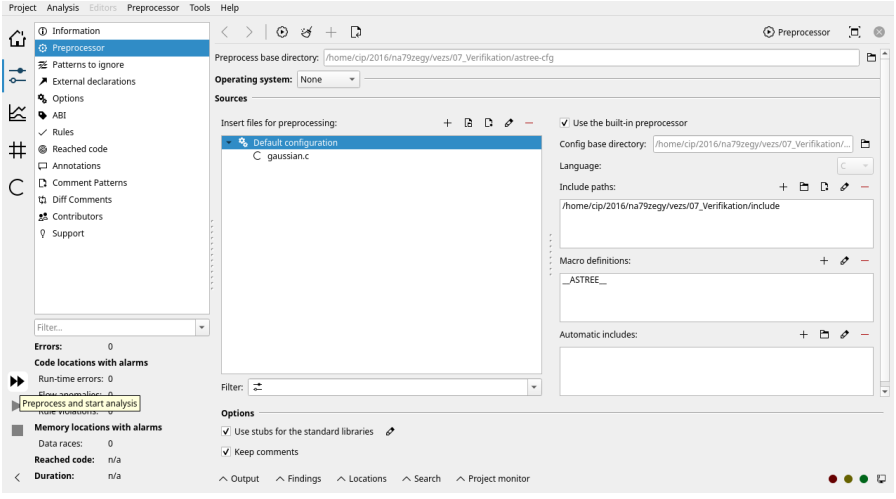
- „Import…“
- Projekt aus Vorgabedatei `astree-cfg/vezs.dax` importieren

Quelldateien konfigurieren



- Quelltextdateien und Includepfade definieren

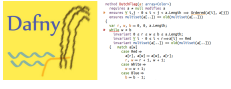
Analyse starten



Programme zur Softwareverifikation

- Astrée
- Frama-C
- VeriFast
- Dafny
- SeaHorn
- Coq
- Isabelle/HOL
- Agda
- Idris
- ...

frama C
Software Analyzers



Idris

WP-Kalkül [4]

- Bestimmt die *schwächste notwendige Vorbedingung* $wp(S, Q)$
  - Für ein gegebenes *imperatives Programmsegment* S
  - Um die ebenfalls gegebene Nachbedingung Q sicherzustellen
  - Dieser Sachverhalt wird beschrieben durch: $P \Rightarrow wp(S, Q)$
    - Lässt sich die schwächste notwendige Vorbedingung $wp(S, Q)$ aus der gegebenen Vorbedingung P folgern?
- Das WP-Kalkül ist eine *Rückwärtsanalyse*
  - Sie beginnt mit der Nachbedingung und durchläuft das Programmsegment in umgekehrter Reihenfolge
  - „Sozusagen“ umgekehrter Einsatz der Regeln des Hoare-Kalküls
- Jeder Anweisung wird eine *Prädikattransformation* zugewiesen
  - Abbildung: Nachbedingung $\mapsto$ notwendige schwächste Vorbedingung

  $\rightarrow$ Eine rückwärtige *symbolische Ausführung* des Programmsegments
- Frama-C setzt WP-Kalkül ein: Nachweis der Schritte erfolgt über verschiedene Theorembeweiser und Löser: Alt-Ergo, Coq, Why3, Z3, …

Beispiel: WP-Kalkül Maximumsfunktion

WP : ? $(a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a) \wedge (\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a)$

$\Leftrightarrow$ $(a > b \Rightarrow a \geq b) \wedge (a \leq b \Rightarrow b \geq a)$

$\Leftrightarrow$ $\top$ // *Gilt ohne Vorbedingung*

```
if (a > b)
```

$a > b \Rightarrow a \geq b \wedge a \geq a$

```
result = a;
```

$a > b \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

```
else
```

$\neg(a > b) \Rightarrow b \geq b \wedge b \geq a$

```
result = b;
```

$\neg(a > b) \Rightarrow result \geq b \wedge result \geq a$

$result \geq b \wedge result \geq a$

```
return result ;
```

$\backslash result \geq b \wedge \backslash result \geq a$

Q :

Auswertungsreihenfolge

$wp(\texttt{if b then S1 else S2}, Q) \equiv (b \Rightarrow wp(S1, Q)) \wedge (\neg b \Rightarrow wp(S2, Q))$

$wp(\texttt{x = y}, Q) \equiv Q[x/y]$

$wp(\texttt{x = y}, Q) \equiv Q[x/y]$

$wp(\texttt{return x}, Q) \equiv Q[\backslash result/x]$

Frama-C: Syntax

- erlaubt Nachweise funktionaler Eigenschaften mittels wp-Kalkül
  - Prädiaktenlogik erster Stufe
    - ∀: `\forall`
    - ∃: `\exists`
    - ⇒: Implikation, `==>`
    - aussagenlogische Verknüpfungen: `!`, `&&`, `||`, `==`, `!=`, …
- Vor-/Nachbedingungen als Kommentare direkt im C-Code vor der betreffenden Funktion
  - `//@` oder `/*@ */`
- Vorbedingung: `requires`
- Nachbedingung: `ensures`
- Variablen, die durch die Funktion verändert werden: `assigns`
  - inklusive Arraybereiche: `a[start..end]`
  - Spezialfall `\nothing`
- Ergebnis des Funktionsaufrufs: `\result`

Beispiel: Maximumsfunktion

P : wahr

S :
```
int maximum(int a,int b) {
  int result = INT_MIN;

  if(a > b)
    result = a;
  else
    result = b;

  return INT_MAX;
}
```

Q : $\result \geq a \wedge \result \geq b \wedge (\result == a \vee \result == b)$

```
/*@
  assigns \nothing;

  ensures \result >= a;
  ensures \result >= b;
  ensures \result == a || \result == b;
*/
int maximum(int a, int b) {
  int result = INT_MIN;
  if (a > b) {
    result = a;
  } else {
    result = b;
  }
  return result;
}
```

Frama-C (II): Speicherspezifikation

```
// Swap array[0] with pointer other, do not modify the rest of array

/*@ requires \valid(array) && \valid(other);
    requires \base_addr(array) != \base_addr(other);

    assigns array[0], *other;

    ensures array[1 .. (length - 1)] == \old(array[1 .. (length - 1)]);
    ensures *other   == \old(array[0]);
    ensures array[0] == \old(*other); */
void swap_first_element(int *array, size_t length, int *other) {
  int tmp  = array[0];
  array[0] = *other;
  *other   = tmp;
}
```

- Übergebene Zeiger sind gültig: `\valid(ptr)`
- Speicherobjekte hinter Zeigern überlappen sich nicht:

  `\base_addr(ptr1) != \base_addr(ptr2)`
- `assigns`: Nur bestimmte (außen sichtb.) Variablen werden verändert
- `ensures`: Zusammenhänge zwischen Werten vor (`\old(var)`) und nach (`var`) der Ausführung anfordern

Schleifen

Gesucht: $wp(\texttt{while (B) \{S\};}, Q)$

- Wann ist die Berechnung korrekt?
  - Stellt Q her $\rightsquigarrow$ Schleifen**invariante**
  - Terminiert $\rightsquigarrow$ Schleifen**variante**
- Schleifenvariante: Streng monoton fallender, *nichtnegativer* Ausdruck
  In Frama-C: `//@ loop variant length - i;`
- Schleifeninvariante: Ausdruck, der vor der Schleife als nach jedem Durchlauf des Schleifenkörpers B gilt
  In Frama-C: `//@ loop invariant i % 2 == 0;`
- Ferner: Schleife überschreibt nur bestimmte Werte
  In Frama-C: `//@ loop assign i, j, *ptr;`

Schleifen (Fortsetzung)

Beispiel:

```
int i = 0;
while (i < 30) { i++; }
```

- Schleifenvariante: `30 - i` ≥ 0
- Schleifeninvariante: `0 <= i <= 30`

Die Schleifenvariante gilt vor, während und nach der Schleife

Nach der Schleife ist die Schleifenbedingung falsch:

$\rightsquigarrow \neg(i < 30) \wedge (0 \leq i \leq 30)$

$\rightsquigarrow i == 30$

Beispiel: Maximum in Liste finden

$P : a \neq \text{NULL} \wedge \text{length} > 0$

S :
```
int findMax(int *a, size_t length) {
  int max = a[0];
  for (size_t i = 0; i < length; i++) {
    if (a[i] > max) {
      max = a[i];
    }
  }
  return max;
}
```

$Q : \forall k.k \geq 0 \wedge k < \text{length} \Rightarrow \text{a[k]} \leq \text{\result}$

$\exists k.k \geq 0 \wedge k < \text{length} \Rightarrow \text{a[k]} == \text{\result}$

```
/*@
  requires \valid(a);
  requires \valid(a +(0 .. length));
  requires length > 0;

  assigns \nothing;

  ensures \forall size_t i;
    0 <= i < length ==> a[i] <= \result;
  ensures \exists size_t i;
    0 <= i < length ==> a[i] == \result;
 */
int findMax(int *a, size_t length) {
  int max = a[0];
  size_t index = 0;
  /*@
    loop invariant \forall size_t k;
      0 <= k < i ==> a[k] <= max;
    loop invariant a[index] == max;
    loop invariant 0 <= index < i;
    loop invariant \exists size_t k;
      0 <= k < i ==> a[k] == max;
    loop assigns max, index, i;
    loop variant length - i;
   */
  for (size_t i = 1; i < length; i++) {
    if (a[i] > max) {
      max = a[i];
      index = i;
    }
  }

  return max;
}
```

Frama-C (III): Prädikate

- „Wiederverwendbare“ aussagenlogische Formulierung
  ⇝ logische Prädikate: `predicate`

⇝ „Funktionen“ auf ACSL-Ebene, erleichtern Formulierung von Bedingungen

- Beispiel: Maximum einer Sequenz

```
/*@ predicate is_max_of_seq(int max, int *seq, int start, int end) =
      \forall int i; start <= i < end ==> max >= seq[i];
 */
/*@ ...
    ensures is_max_of_seq(\result, a, (int)0, length);
  ...
 */
int findMax(int *a, int length) {
  ...
    /*@ loop invariant is_max_of_seq(max, a, (int)0, i);
        ...
    */
  for (int i = 0; i < length; i++) {
    ...
  }
  return max;
}
```

Frama-C: Datenstrukturen beschreiben

- Invarianten über der Datenstruktur definieren
- Jede Methode setzt Gültigkeit der Invarianten voraus + erhält Sie nach Ausführung

⇝ Bei Kapselung: Korrektheit der Datenstruktur sichergestellt

- Beispiel: Konto

```
struct account {
  int balance;
  int credit_limit;
};
```

```
/*@ requires \valid(a);
    ensures  valid_account(a); */
void init(struct account *a) {
  a->balance = 0; a->credit_limit = 0;
}
```

  - Invariante: Kreditrahmen wird nie verletzt:

```
/*@ predicate valid_account(struct account *a) =
      \valid(a)                       // Gültiger Zeiger
      && a->balance >= a->credit_limit; // Kreditrahmen nicht verletzt
 */
```

  - Alle Methoden erfordern und erhalten die Invariante:

```
/*@ requires valid_account(a);
    requires amount > 0;
    ensures  valid_account(a); */
bool withdraw(struct account *a, int amount) {
  /* ... */
  return true;
}
```

```
/*@ requires valid_account(a);
    requires amount > 0;
    ensures  valid_account(a); */
void deposit(struct account *a, int amount) {
  /* ... */
}
```

⇝ Solange Konto nur per `withdraw` und `deposit` modifiziert wird, kann der Kreditrahmen nie verletzt werden

Frama-C: Behaviors

- Oft gelten Nachbedingungen nur für bestimmte Eingabewerte

```
/*@ requires i != INT_MIN;
    ensures i < 0  ==> \result == -i;
    ensures i >= 0 ==> \result ==  i; */
int abs(int i) {
  if (i >= 0) return  i;
  else        return -i;
}
```

- Behaviors beschreiben Verhalten in bestimmten Kontexten:
  - `assumes`: Voraussetzungen, die das Verhalten aktiviert
  - `ensures`: Nachbedingung, die die Funktion dann einhält

Eingabe ist negativ

```
behavior negative:
  assumes i < 0;
  ensures \result == -i;
```

Eingabe ist positiv

```
behavior positive:
  assumes i >= 0;
  ensures \result == i;
```

  - `complete behaviors`: Beschreibung ist vollständig

    Behaviors beschreiben das Verhalten für alle Aufrufkontexte
  - `disjoint behaviors`: beschriebene Verhalten überlappen sich nicht

Frama-C: Beispiel Behaviors

```
#include <limits.h>

/*@ requires i != INT_MIN;
    behavior negative:
      assumes i < 0;
      ensures \result == -i;
    behavior positive:
      assumes i >= 0;
      ensures \result == i;
    complete behaviors;
    disjoint behaviors; */
int abs(int i) {
  if (i >= 0) return  i;
  else        return -i;
}
```

Frama-C: Fallstricke

- Die Frama-C-Gui bietet keinen Editor an!
- Reihenfolge der Annotationen z.T. relevant. Empfehlung:

  Funktionen
  - requires
  - assigns
  - ensures

  Schleifen
  - loop invariants
  - loop assigns
  - loop variants
- `assert()` wird als nicht terminierend angenommen

  $\rightsquigarrow$ Frama-C assert verwenden: `//@ assert x == 1;`
- Mehrere Annotationen immer in einen gemeinsamen Block `/*@ */`
- Weitere Informationen:
  - Frauenhofer Fokus: ACSL-By-Example:
    `https://github.com/fraunhoferfokus/acsl-by-example`
  - A. Blanchard: Introduction to C program proof with Frama-C and its WP plugin:
    `https://allan-blanchard.fr/publis/frama-c-wp-tutorial-en.pdf`

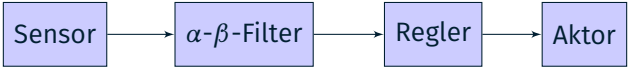
Überblick

Aufgabenstellung

- Sensorstubs implementieren
- Implementierung eines Ringpuffers zur Verwaltung der Sensorwerte
- System erstellen:
  - Sensoren und Filter initialisieren
  - Sensorwerte abrufen
  - Sensorwerte filtern
- Abwesenheit von Laufzeitfehlern nachweisen
  - ⇝ Astrée
- Numerische Stabilität des Filters nachweisen
  - ⇝ Astrée
- Funktionale Korrektheit des Ringpuffers nachweisen
  - ⇝ Frama-C

Inhalt

α-β-Filter [3]

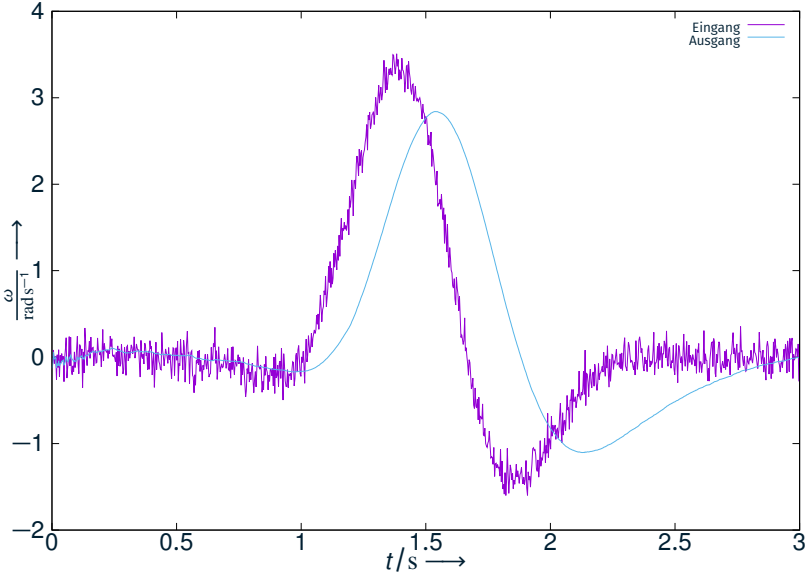


- Rauschunterdrückungsfilter
- geeignet zur Schätzung von physikalischen Größen
  - mit Ableitung $\neq 0$
  - z. B. Position eines Flugzeugs, Lagewinkel …
  - im I4Copter
    - liefern Sensoren häufiger Werte als diese später verarbeitet werden

    $\rightsquigarrow$ α-β-Filter für *Ratenwandlung* verwendet

    $\rightsquigarrow$ nutzt gewonnene Information vollständig

Beispiel α-β-Filter



Filteralgorithmus

- wird für jeden Messwert ausgeführt
- $y[\kappa]$: Eingabewert für Abtastschritt κ
- $\hat{x}[\kappa]$: Schätzung der Messgröße zum Abtastschritt κ
- T Abtastintervall, α, β Filterparameter
- Initialisierung: z. B. $\hat{x}[0] = \hat{\dot{x}}[0] = 0$

$$r[\kappa] = y[\kappa] - \hat{x}[\kappa - 1] \quad \rightsquigarrow \text{Schätzfehler} \quad (1)$$

$$\hat{\dot{x}}[\kappa] = \hat{\dot{x}}[\kappa - 1] + \frac{\beta}{T} \cdot r[\kappa] \quad \rightsquigarrow \text{1. Ableitung} \quad (2)$$

$$\hat{x}[\kappa] = \hat{x}[\kappa - 1] + T \cdot \hat{\dot{x}}[\kappa] + \alpha \cdot r[\kappa] \quad \rightsquigarrow \text{Schätzwert} \quad (3)$$

- sinnvolle Werte für α und β?
  - Literatur beschreibt viele Verfahren $\rightsquigarrow$ hier beispielhaft nur eines [6, 5]

Filterparameter

T Abtastintervall
$\rightsquigarrow$ in welchem Zeitabstand gemessen wird

σ_w^2 Prozessvarianz
$\rightsquigarrow$ wie lebhaft der gemessene Prozess ist

σ_v^2 Rauschvarianz
$\rightsquigarrow$ wie verrauscht das Signal ist

$$\lambda = \frac{\sigma_w T^2}{\sigma_v} \qquad \rightsquigarrow \text{Tracking Index} \qquad (4)$$

$$\theta = \frac{4 + \lambda - \sqrt{8\lambda + \lambda^2}}{4} \qquad \rightsquigarrow \text{Dämpfungsparameter} \qquad (5)$$

$$\alpha = 1 - \theta^2 \qquad \rightsquigarrow \text{Gewicht für Wert} \qquad (6)$$

$$\beta = 2(2 - \alpha) - 4\sqrt{1 - \alpha} \qquad \rightsquigarrow \text{Gewicht für Ableitung} \qquad (7)$$

Initialisierungsphase

- Zu Beginn hat der Filter keinen gültigen Zustand

$\rightsquigarrow$ Einschwingphase, in der der Filter „lernt“

- n startet bei 1 und wächst in jeder Runde um 1

$$\alpha_n = \frac{2(2n+1)}{(n+2)(n+1)} \tag{8}$$

$$\beta_n = \frac{6}{(n+2)(n+1)} \tag{9}$$

- Einschwingphase endet, wenn $\alpha_n < \alpha$
- Wird der Filterzustand im Betrieb ungültig, wird eine neue Einschwingphase eingeleitet

Korrektheitsbedingung

- Filter ist nur dann korrekt, wenn er auch *stabil* ist
  - ⇝ für wertbegrenzte Eingabe erfolgt wertbegrenzte Ausgabe [7]
  - ⇝ für Eingabe 0 geht der Filterausgang asymptotisch gegen 0

- α-β-Filter stabil, wenn gilt

$$0 < \alpha \leq 1 \tag{10}$$

$$0 < \beta \leq 2 \tag{11}$$

$$0 < 4 - 2\alpha - \beta \tag{12}$$

- Außerdem: laut [2] Rauschunterdrückung nur dann, wenn

$$0 < \beta < 1 \tag{13}$$

- Stabilität muss auch in der Initialisierungsphase gegeben sein!

Sinnvolle Wertebereiche

- Erfahrungen mit dem I4Copter haben gezeigt, dass sich die Parameter in folgenden Bereichen bewegen:

Abtastintervall	$T \in (0 \dots 1]$
Prozessvarianz	$\sigma_w^2 \in [0.5 \dots 30.0]$
Rauschvarianz	$\sigma_v^2 \in [10^{-3} \dots 10^{-1}]$
Wert	$y[\kappa] \in [-10 \dots 10]$

$\rightsquigarrow$ Korrektheit mindestens für diese Wertebereiche zeigen!

Ringpuffer – Implementierung

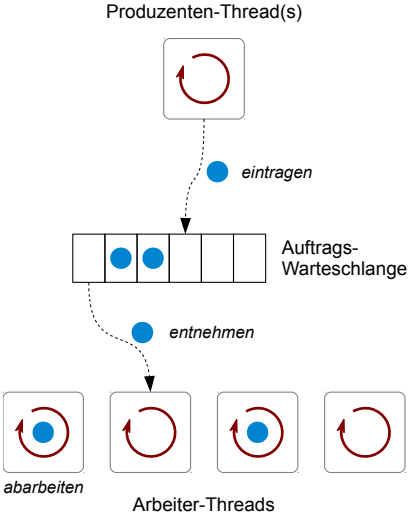
- Beispiel für dynamisch angelegten Ringpuffer

```
struct BndBuf{
  int* buf; // array of <size>
  int size;
  int read_pos;
  int write_pos;
};
```

- „Füllstandsanzeige”: Speichern von
  - Belegten Plätzen
  - Verfügbaren Plätzen
- Mögliche Signalisierung falls
  - Plätze frei wurden
  - Plätze belegt wurde

Ringpuffer – Anwendungsszenario

- Verwaltung einer begrenzten Anzahl an Ressourcen
- Beispiel: Thread-Pool
- Feste Menge von Arbeiter-Threads:
  - laufen endlos
  - erhalten Aufträge zur Abarbeitung
- Verteilen der Aufträge mittels zentraler, synchronisierter Warteschlange (z. B. Ringpuffer)
- Vorteil: kein ständiges Erzeugen + Zerstören von Threads für Aufträge



Literatur (1)

- AbsInt Angewandte Informatik GmbH.
  ***The Static Analyzer Astrée*, April 2012.**
- C. F. Asquith.
  Weight selection in first-order linear filters.
  Technical report, Army Intertial Guidance and Control Laboratory Center, Redstone Arsenal, Alabama, 1969.
- E. Brookner.
  ***Tracking and Kalman Filtering Made Easy*.**
  Wiley-Interscience, 1st edition, 4 1998.

Literatur (2)


E. W. Dijkstra.
Guarded commands, nondeterminacy and formal derivation of programs.
Commun. ACM, 18(8):453–457, Aug. 1975.


E. Gray, J. and W. Murray.
A derivation of an analytic expression for the tracking index for the alpha-beta-gamma filter.
IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, 29:1064–1065, 1993.

Literatur (3)

- P. R. Kalata.
  The tracking index: A generalized parameter for α-β and α-β-γ target trackers.
  IEEE *Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-20(2):174–181, mar 1984.
- R. G. Lyons.
  Understanding Digital Signal Processing.
  Prentice Hall, 3rd edition, 11 2010.